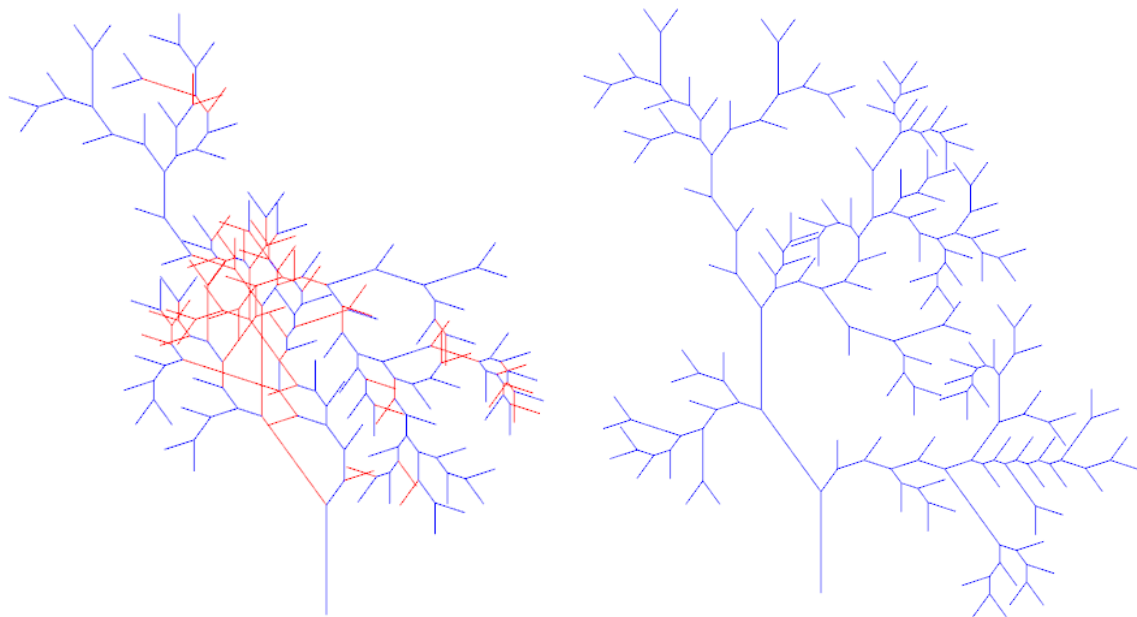


Rapport de stage

Génération de réseaux hydrographiques aléatoires

David Guinehut¹, Jean Secondi², Adrien Goëffon³, David Lesaint³, Audrey Chaput-Bardy⁴



Février — Juillet 2014

1. Master 2 Intelligence Décisionnelle, Université d'Angers, France
2. GECCO, Groupe ECologie et COnservation des vertebres, Université d'Angers, France
3. LERIA, Laboratoire d'Étude et de Recherche en Informatique d'Angers, Université d'Angers, France
4. INRA, Institut National de la Recherche Agronomique, UMR ESE, Rennes, France

« Je suis toujours en faveur de l'immortalité. De quelle autre manière pourrions-nous voir ce que sera le monde dans deux cents ans ? »

Richard STALLMAN

Remerciements

Je tiens particulièrement à remercier le GECCO de m'avoir confié à nouveau un stage avec une problématique aussi intéressante. Je remercie particulièrement le responsable, Jean Secondi et Audrey Chaput-Bardy dans ce sens.

Je remercie tout autant le laboratoire informatique d'Angers pour avoir réalisé un partenariat avec le GECCO, rendant possible la réalisation de ce stage en Master Recherche.

Je remercie mes encadrants, que ce soit du côté biologie, Jean Secondi et Audrey Chaput-Bardy, ou du côté informatique, David Lesaint et Adrien Coëffon pour leur encadrement dynamique et informatif ainsi que pour leur aide dans la rédaction du rapport.

Je remercie cordialement le responsable de la formation master recherche, Stéphane Loiseau, et la responsable des stages, Béatrice Duval, pour avoir approuvé ce stage recherche.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte	1
1.2	Etat de l'art	2
2	Matériel & Méthodes	6
2.1	Génération des réseaux	6
2.1.1	Construction de la topologie	7
2.1.2	Représentation géométrique	8
2.2	Correction des réseaux	10
2.2.1	Commutation d'un noeud	10
2.2.2	Détection des intersections	10
2.2.3	Recherche Locale	10
2.2.4	Backtracking et Liste Tabou	11
3	Résultats	13
4	Discussion & Perspectives	19
	Table des figures	21
	Liste des tableaux	21
	Bibliographie	22

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1	Contexte	1
1.2	Etat de l'art	2

1.1 Contexte

Le GECCO (*Groupe ECologie et COnservation des Vertébrés*) a été établi en 2012, dans le cadre du « Plan Loire grandeur nature¹ », un contrat de recherche ayant pour objectif de tester les effets de la géométrie des réseaux hydrographiques sur la connectivité des populations d'organismes d'eau douce, afin de contribuer aux opérations de gestion de la biodiversité sur les bassins versants tel que celui de la Loire. La complexité de la géométrie et des processus écologiques dans les réseaux hydrographiques rend nécessaire l'approche par modélisation dans l'étude de la connectivité des populations. Lors de la thèse d'Audrey CHAPUT-BARDY ayant pour sujet « Structure des populations sur un réseau hydrographique dendritique (*e.g. ramifié*) », un logiciel de simulation de flux de gènes sur des réseaux hydrographiques artificiels a été élaboré dans ce contexte : **Gene-Net**. Cependant, les réseaux artificiels n'étaient pas générés automatiquement mais pré-enregistrés et calculés manuellement.

Lors de mon stage de M1 au GECCO, un module de génération de réseaux hydrographiques a été élaboré. La génération s'appuyait sur la modélisation de réseaux hydrographiques à l'aide d'arbres auto-similaires. Un arbre auto-similaire est un arbre qui conserve sa forme, quelle que soit l'échelle à laquelle on l'observe, il est également souvent appelé arbre fractal. En effet, la branche d'un arbre constitue une réplique à une échelle plus petite de l'ensemble, elle n'est pas identique, mais de nature similaire. Toutefois, le module générait des réseaux avec des branches qui se croisent. Sur un plan à deux dimensions, dans la nature, les cours d'eau ne se croisent pas.

L'objectif du projet de M2 était de proposer un algorithme de génération de réseaux hydrographiques aléatoires et consistants, c'est-à-dire, de sorte qu'aucun cours d'eau n'en croise un autre. Nous nous sommes intéressés à la classification de Horton pour déterminer la topologie des réseaux et aux arbres binaires pour leur représentation en informatique. En effet, la représentation sous forme d'arbres auto-similaires oblige la répétition dans l'ensemble de la modélisation du motif « Y ». Bien que rappelant la notion de fractale, cette répétition contraint trop la géométrie de l'arbre en la rendant trop simple. C'est pourquoi la représentation d'un réseau hydrographique a été à nouveau réfléchi et il a été décidé d'abandonner la notion d'auto-similarité, notion indépendante des autres paramètres du réseau, au profit d'arbres binaires aléatoires.

1. Le plan Loire Grandeur Nature est un plan d'aménagement global qui vise à concilier la sécurité des personnes, la protection de l'environnement, le développement économique dans une perspective de développement durable. (<http://www.plan-loire.fr>)

La génération des réseaux hydrographiques est faite à partir d'un ensemble de paramètres choisis. De ces réseaux artificiels seront générées des matrices de connectivité des organismes d'eau douce. Ces matrices seront utilisées comme fichiers d'entrée pour des programmes d'analyses de flux de gènes et d'analyses de réseaux afin de tester les effets de la géométrie sur la connectivité des populations.

1.2 Etat de l'art

Un réseau hydrographique (Figure 1.1) est un ensemble de cours d'eau naturels ou artificiels, permanents ou temporaires, qui draine un bassin versant. Il peut être modélisé par une suite de cours d'eau, d'embranchements, de sources et d'un exutoire. Deux cours d'eau qui se rejoignent forment un embranchement et les sources se situent en amont tandis que l'exutoire se situe en aval (Horton, 1945). L'ensemble de ces cours d'eau et des embranchements forment un réseau hydrographique ramifié dit « dendritique » (Ganio *et al.*, 2005).

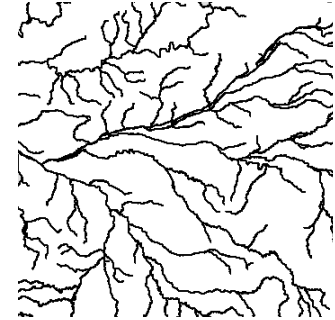


FIGURE 1.1 – Extrait de la cartographie de la Loire (BD CARTHAGE, 2011)

La topologie est l'étude de la géométrie des réseaux hydrographiques. Elle permet de caractériser la structure hiérarchique des réseaux. La topologie propose une classification des cours d'eau afin de décrire le réseau hydrographique. La classification de Horton (1945) est la plus connue en hydrologie. Elle stipule que l'embranchement de deux cours d'eau de même ordre donne naissance à un cours d'eau d'ordre immédiatement supérieur pouvant recevoir des cours d'eau de n'importe quel ordre inférieur au sien.

En se basant sur les travaux de Horton, Strahler détermina une classification en partant du principe que toute source est d'ordre 1 et qu'en se dirigeant de l'amont vers l'aval, le cours d'eau résultant de la confluence de deux cours d'eau de même ordre i est d'ordre $i + 1$, tandis que le cours d'eau résultant de la confluence de deux cours d'eau d'ordres différents conserve l'ordre du cours d'eau dont l'ordre est le plus grand (Figure 1.2).

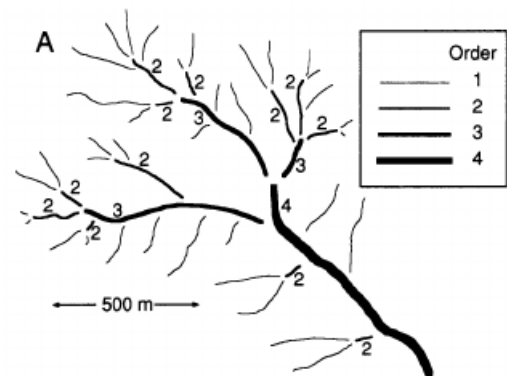


FIGURE 1.2 – Topologie de Strahler (Kirchner, 1993)

L'ordre du réseau hydrographique noté Ω – qui correspond à l'ordre le plus élevé – est appelé Nombre de Horton-Strahler (Strahler, 1957). À titre d'exemples, la Loire est un fleuve d'ordre $\Omega = 4$ tandis que l'Amazone est un fleuve d'ordre $\Omega = 12$.

De manière formelle, le calcul de l'ordre, base de la classification, peut s'exprimer de la façon suivante. Soient ω_1 et ω_2 les ordres respectifs de deux cours d'eau qui se rejoignent pour former un cours d'eau d'ordre ω , alors :

$$\omega = \max(\omega_1, \omega_2) + \delta_{\omega_1, \omega_2} \quad (1.1)$$

Où δ est le symbole de Kronecker défini comme suit :

$$\delta_{\omega_1, \omega_2} = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_1 = \omega_2 \\ 0 & \text{si } \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}$$

Horton a prouvé qu'il existait, pour un réseau hydrographique, un rapport moyen constant entre le nombre de cours d'eau qui se situent à un ordre i et le nombre de cours d'eau qui se situent à un ordre $i + 1$. C'est ce qu'il appela le ratio de bifurcation noté, Rc , dont la valeur moyenne est proche de 3,5 (Horton, 1945). De même, le ratio de longueur noté Rl , longueur moyenne d'un cours d'eau par rapport à la longueur moyenne d'un de ses cours d'eau, est en moyenne de 2,3 (Leopold, 1971).

Notons N_ω le nombre de cours d'eau d'ordre ω . Le rapport de confluence Rc est la moyenne de la somme des rapports $Rc_\omega = N_{\omega-1}/N_\omega$ correspondants au nombre de branches d'ordre $\omega - 1$ sur le nombre de branches d'ordre ω . Pour réaliser le calcul de Rc , il y a donc $\Omega - 1$ rapports à calculer tels que :

$$Rc = \frac{\sum_{\omega=2}^{\Omega} \left(\frac{N_{\omega-1}}{N_\omega} \right)}{\Omega - 1} \quad (1.2)$$

Notons \bar{L}_ω la longueur moyenne des N_ω cours d'eau d'ordre ω . Le rapport de longueur Rl est la moyenne de la somme des rapports $Rl_\omega = \frac{\bar{L}_{\omega-1}}{\bar{L}_\omega}$ correspondants à la longueur des branches d'ordre $\omega - 1$ sur la longueur des branches d'ordre ω . Pour réaliser le calcul de Rl , il y a donc $\Omega - 1$ rapports à calculer tels que :

$$Rl = \frac{\sum_{\omega=2}^{\Omega} \left(\frac{\bar{L}_{\omega-1}}{\bar{L}_\omega} \right)}{\Omega - 1} \quad (1.3)$$

D'après une étude de 1993 (Kirchner, 1993), sur 10 réseaux hydrographiques, Rc varie de 2,5 à 5,5 (Figure 1.3 (A)), tandis que Rl varie entre 1 et 3.5 (Figure 1.3 (B)).

Une étude récente (Devauchelle *et al.*, 2012) s'est intéressée à l'angle de bifurcation et à son rôle dans la géométrie des réseaux hydrographiques. L'étude démontre que l'angle de bifurcation, sur un ensemble de 5000 confluences au sein d'un réseau de plus de 100 km², a une valeur de $71,9 \pm 0,8$ degrés, et que la valeur de cet angle est régit par les cours d'eau externes, les affluants (Figure 1.4).

Une classification permet de catégoriser des familles de réseaux répondants à des critères fixés dans celle-ci. Cependant, il est nécessaire de pouvoir valider les réseaux générés pour éviter les configurations non représentatives des cas naturels. Pour cela, nous utiliserons des indices morphométriques. Différents indices morphométriques permettent de comparer les réseaux hydrographiques entre eux (Figure 1.5). Dans le cadre de cette étude, les indices morphométriques permettent de caractériser les réseaux après correction et donc de déterminer leur vraisemblance pour un ensemble de

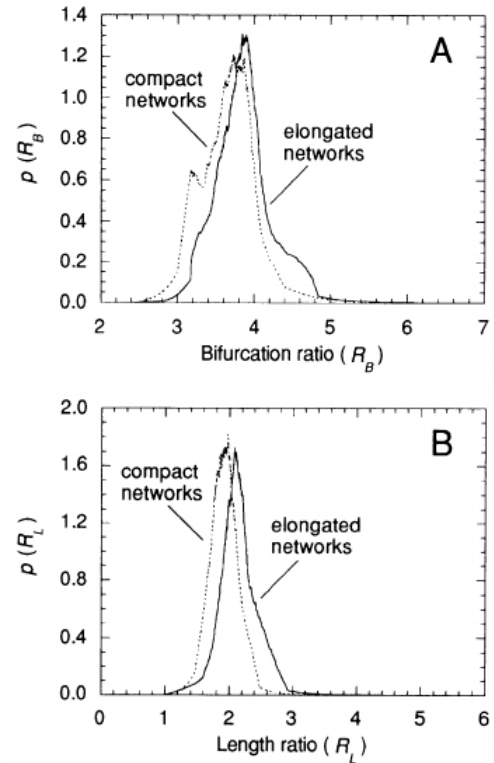


FIGURE 1.3 – Variation de Rc et Rl . Variation sur 10 réseaux hydrographiques regroupés en fonction de leur diamètre. p représente la fonction de densité de probabilité (Kirchner, 1993).

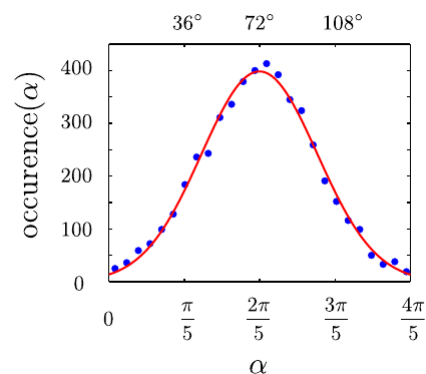


FIGURE 1.4 – Valeurs de l'angle de bifurcation au sein d'un réseau hydrographique (Devauchelle *et al.*, 2012) Les points bleus représentent les valeurs des angles mesurés pour 4 966 confluences.

jeux de paramètres et leur consistance en les comparant avec des indices de réseaux naturels. Nous détaillons ci-après les quatre indices que nous avons choisis pour la caractérisation des réseaux artificiels générés.

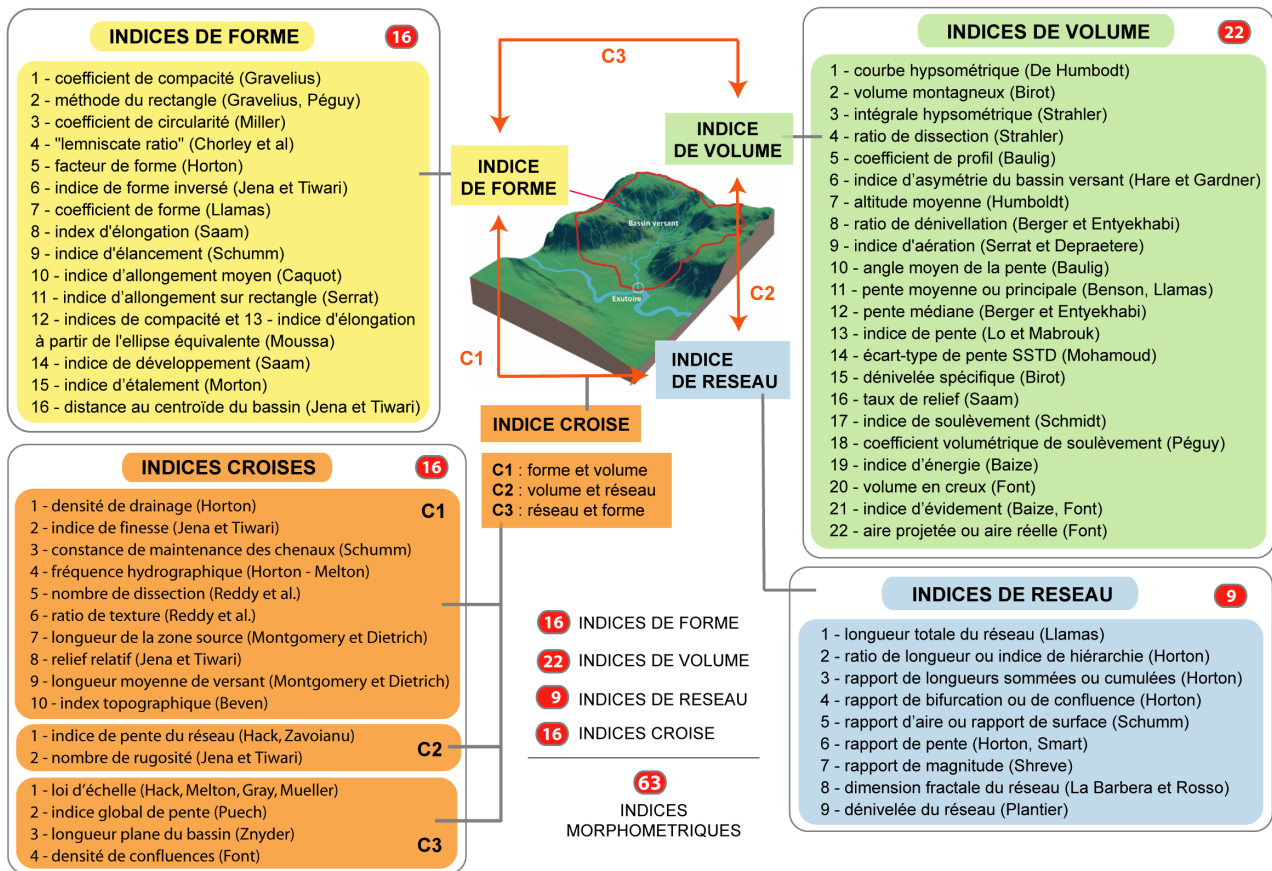


FIGURE 1.5 – Typologies des indices morphométriques (Delahaye, 2005)

L'Indice de compacité K_G (Gravelius, 1914) compare le périmètre du bassin au périmètre du cercle ayant la même surface. Cet indice se détermine à partir d'une carte topographique en mesurant le périmètre du bassin versant et sa surface. Il est proche de 1 pour un bassin versant de forme quasiment circulaire et supérieur à 1 lorsque le bassin est de forme allongée. Soient A la surface du bassin versant et P son périmètre, alors :

$$K_G = \frac{P}{2\sqrt{\pi * A}} \quad (1.4)$$

Le facteur de forme R_f (Horton, 1945) est le rapport entre la superficie du bassin et le carré de sa longueur maximale. Un facteur de forme élevé ($> 0,5$) indique un réseau de forme plutôt circulaire. Soit L_m la distance entre l'embouchure et le point le plus éloigné du bassin suivant la rivière principale et A la superficie du réseau, alors :

$$R_f = \frac{A}{L_m^2} \quad (1.5)$$

Le rayon de circularité R_{ci} (Miller *et al.*, 2002) est le rapport entre la superficie du bassin et celle du cercle dont la circonférence est égale au périmètre du bassin. Des valeurs de circularité du bassin s'approchant de 1 indiquent une forme quasi circulaire (Singh *et al.*, 1944).

$$R_{ci} = \frac{4\pi A}{P^2} \quad (1.6)$$

La densité hydrographique F (Horton, 1945) représente le nombre de canaux d'écoulement par unité de surface. Soit N_i le nombre de cours d'eau d'ordre i et A la superficie du bassin, alors la densité

hydrographique F s'exprime de la manière suivante :

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{\Omega-1} N_i}{A} \quad (1.7)$$

La structure et la configuration du réseau hydrographique influencent les déplacements des individus (Figure 1.6). Selon certaines études, les paramètres de ramification et de géométrie des systèmes hydrographiques imposeraient un fonctionnement des populations différent de ce qui est attendu dans des systèmes terrestres (*e.g. déplacements en deux dimensions*) (Neuenschwanger, 2006; Campbell Grant *et al.*, 2007).

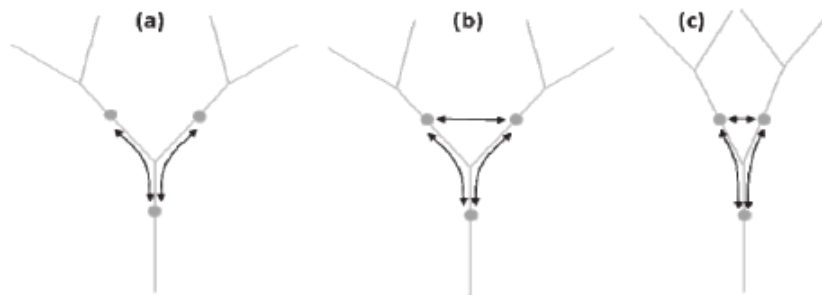


FIGURE 1.6 – Influence de la géométrie d'un réseau hydrographique sur la dispersion des individus ((a) les ramifications divisent les flux d'individus ou les concentrent selon le sens privilégié de dispersion. (b) la dispersion peut avoir lieu le long du cours d'eau ou entre les branches. (c) L'angle de bifurcation affecte l'efficacité de la dispersion entre les branches.)

Les classifications de Horton et de Strahler permettent de comparer différents réseaux hydrographiques et d'intégrer des paramètres géométriques dans un espace virtuel contrôlé à partir duquel des tests peuvent être entrepris. Ainsi, il est possible de tester les effets de la topologie du réseau hydrographique sur la connectivité des populations d'organismes d'eau douce. En effet, la structure d'un réseau hydrographique liée à l'organisation spatiale des cours d'eau, elle-même régie par la topologie du réseau hydrographique, affecte le déplacement des organismes d'eau douce et par conséquent la connectivité entre les populations (Fagan, 2002; Campbell Grant *et al.*, 2007).

Chapitre 2

Matériel & Méthodes

Sommaire

2.1 Génération des réseaux	6
2.1.1 Construction de la topologie	7
2.1.2 Représentation géométrique	8
2.2 Correction des réseaux	10
2.2.1 Commutation d'un noeud	10
2.2.2 Détection des intersections	10
2.2.3 Recherche Locale	10
2.2.4 Backtracking et Liste Tabou	11

2.1 Génération des réseaux

La modélisation informatique choisie pour représenter un réseau hydrographique est un arbre binaire aléatoire et consistant. Chaque nœud de l'arbre binaire représente la confluence de deux sous-réseaux, les feuilles de l'arbre représentent les sources du réseau tandis que le nœud racine représente l'exutoire. La notion de consistance définit la cohérence du modèle représenté ici par un arbre binaire dont aucune branche ne superpose graphiquement d'autres branches de l'arbre. L'aléatoire intervient à deux niveaux différents, lors de l'agencement des nœuds dans l'arbre (construction de la topologie) et lors de sa représentation graphique (construction géométrique dans un repère orthonormé).

La génération de l'arbre binaire doit respecter plusieurs paramètres :

- **l'ordre, noté Ω** , qui représente la profondeur de l'arbre initial. L'arbre initial est représenté par un arbre binaire simple et complet composé de $2^\Omega - 1$ noeuds (Figure 2.1).
- **le rapport de longueur, noté Rl** , représentant la relation de longueur entre les branches d'ordre ω différents.
- **le rapport de confluence, noté Rc** , déterminant le nombre de noeuds pour chaque ordre $\omega \in [1, \Omega]$ de l'arbre binaire, tel que pour toute feuille de l'arbre, $\omega = 1$.
- et **l'angle de bifurcation, noté θ** , qui représente la mesure de l'angle formé par un nœud de l'arbre et ses deux fils.

Chaque arbre est donc généré à partir du jeu de paramètres suivant :

$$P = \{\Omega, Rc, Rl, \theta\}$$

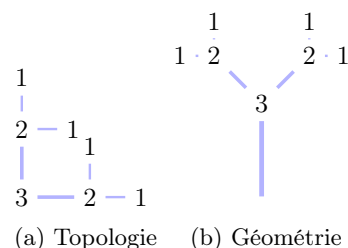


FIGURE 2.1 – Topologie & géométrie d'un réseau hydrographique modélisé. (a) Distribution des ordres ω . Les feuilles sont représentées avec des ordres $\omega = 1$ et la racine de l'arbre binaire est représenté avec un ordre $\omega = \Omega = 3$. (b) Représentation géométrique de la topologie (a).

2.1.1 Construction de la topologie

Nous définissons topologie de l'arbre binaire sa structure et sa configuration avant d'obtenir une représentation géométrique. Ainsi, la topologie ne prend pas en compte les longueurs et autres paramètres géométriques. La topologie de l'arbre est donc déterminée seulement en fonction des deux paramètres Rc et Ω , qui déterminent, respectivement, le nombre de noeuds de l'arbre et la profondeur de l'arbre binaire complet initial.

Le nombre de noeuds de la topologie doit respecter le Rc_{in} , Rc théorique déterminé par l'utilisateur et fourni pour le calcul. Ce Rc_{in} est une valeur précise souhaité par l'utilisateur. Cependant, dans la majorité des cas, le Rc_{out} , Rc final du réseau généré, est légèrement différent. En effet, le Rc étant lié au nombre de branches du réseau, plus l'ordre sera faible, plus il sera difficile d'atteindre la valeur exacte du Rc_{in} car plus l'ordre est faible, plus l'ajout d'une branche a d'influence puisque le nombre de rapport N_i/N_{i+1} à moyenner diminue (il est plus facile d'être précis si l'ajout d'une branche ajoute +0,1 au Rc que si cela ajoute +0,5). Par exemple, un Rc_{in} de 3,5 donnera plus souvent un Rc_{out} de 3,49 qu'un Rc_{out} de 3,50. Le calcul du nombre de noeuds est déterministe, c'est-à-dire que l'on obtiendra toujours le même nombre de noeuds de chaque ordre ω pour un Rc_{in} donné. Pour le calcul, on ajoute les noeuds d'ordre ω , avec $\omega \in [1, \Omega]$, allant de Ω à 1 tant que le nouveau Rc_{out} ne dépasse pas Rc_{in} . Cela permet d'obtenir un Rc_{out} très proche de Rc_{in} , à 10^{-2} près pour $\Omega \geq 5$.

Soit $Rc_{in} = 3,5$ et $\Omega = 5$. Avec l'algorithme 1, on obtient la configuration de la figure 2.2 où i est la variation de l'ordre de 1 à Ω et N_i le nombre de noeuds d'ordre i . Pour déterminer Rc_{out} , il suffit de calculer les rapports $R_i = N_i/N_{i+1}$, $\forall i \in [1, \Omega - 1]$. On en déduit le Rc_{out} en calculant la moyenne des rapports R_i :

i	N_i	$R_i(N_i/N_{i+1})$
1	147	$147/39$
2	39	$39/10$
3	10	$10/3$
4	3	$3/1$

$$Rc_{out} \approx 3.49 \approx Rc_{in}$$

FIGURE 2.2 – Calcul du nombre de noeuds de la topologie

```

1 Données :  $C$ , une liste de nombre de noeuds de taille  $\Omega$  et  $Rc_{in}$ , le  $Rc$  attendu
2 début
3   pour  $i = \Omega - 1$  à 1 faire
4     tant que  $Rc_{out} < Rc_{in}$  faire
5        $C_i += 1$ ;
6        $R_i = C_i/C_{i+1}$ ;
7       si  $i > 1$  alors
8          $R_{i-1} = C_{i-1}/C_i$ ;
9       fin
10       $Rc_{out} = \{\}$ ;
11      pour tous les  $r_i$  de  $R$  faire
12         $Rc_{out} += r_i$ ;
13      fin
14       $Rc_{out} = Rc_{out}/|R|$ ;
15    fin
16    si  $Rc_{out} > Rc_{in}$  alors
17       $C_i -= 1$ ;
18    fin
19  fin
20 fin

```

Algorithme 1 : Calcul du nombre de noeuds

La topologie repose sur la configuration de base de l'arbre (Figure 2.3a) qui est un arbre binaire complet de profondeur Ω . Le Rc de l'arbre initial est alors de 2.

À chaque ajout d'un noeud n_i d'ordre i , nous déterminons aléatoirement sur quelle branche l'ajouter. La branche b_j d'ordre j est sélectionnée et un deuxième tirage aléatoire est réalisé sur ses noeuds N . Une fois le noeuds $n_j \in N$ sélectionné, on crée un nouveau noeud m_j d'ordre j en tant que père de son nouveau fils n_j . Nous connectons ensuite n_i , qui devient le deuxième fils de m_j (Figure 2.3).

Ainsi, à chaque ajout de noeud d'ordre i sur une branche d'ordre j , on crée un nouveau noeud d'ordre j divisant la branche d'ordre j choisie. Or, afin de respecter le rapport de branchement Rc , nous devons conserver le bon nombre de branches de chaque ordre durant toute la construction de l'arbre. Ainsi, nous différencions, dans la modélisation sous forme d'arbre binaire, la notion de branches, équivalentes à un cours d'eau et celle de segment, équivalente à la connexion entre deux noeuds de l'arbre. Ainsi, une branche est composée d'un ou plusieurs segments.

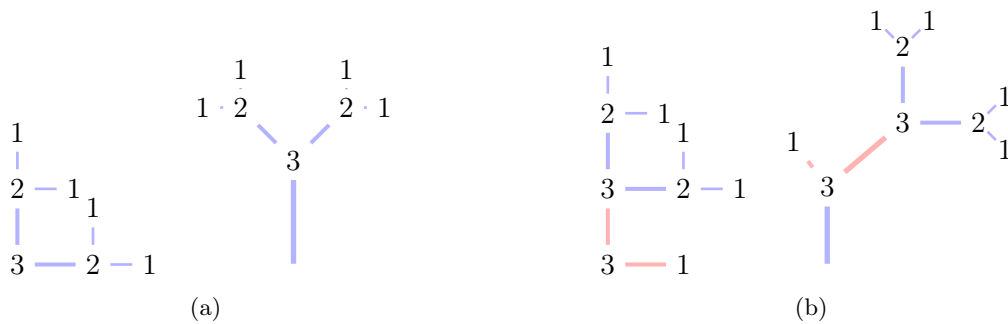


FIGURE 2.3 – Ajout d'un noeud d'ordre 1 sur une branche d'ordre 3.

(a) Topologie et géométrie avant l'ajout du noeud d'ordre $\omega = 1$. (b) Topologie et géométrie après l'ajout d'un noeud d'ordre $\omega = 1$ sur le nouveau noeud d'ordre $\omega = 3$. Les segments en rouge symbolisent les nouveaux segments ajoutés.

2.1.2 Représentation géométrique

La construction géométrique de l'arbre est régit par les paramètres Rl , rapport de longueur des branches et θ , l'angle de bifurcation formé par un noeud et ses deux fils. Elle représente la structure géométrique du réseau hydrographique modélisé. C'est sur cette représentation que seront faites les études liées aux organismes d'eau douce en jouant sur les paramètres d'entrée de l'algorithme de génération de réseaux.

La longueur des branches doit respecter le Rl fourni pour le calcul. De manière à simplifier le modèle, toutes les branches d'un même ordre conservent la même longueur. Soit L_i la longueur de chaque branche d'ordre i , alors :

$$L_i = Rl^\Omega \quad (2.1)$$

Contrairement à la longueur des branches, la longueur des segments reliant deux noeuds de l'arbre est aléatoire. En effet, chaque noeud est positionné aléatoirement entre son ancêtre et son fils de même ordre que lui. Comme le montre la figure 2.4, cela a un impact direct sur la géométrie du réseau au niveau des confluences. Cependant, il n'y a aucun impact sur les longueurs, et donc le rapport de longueur Rl .

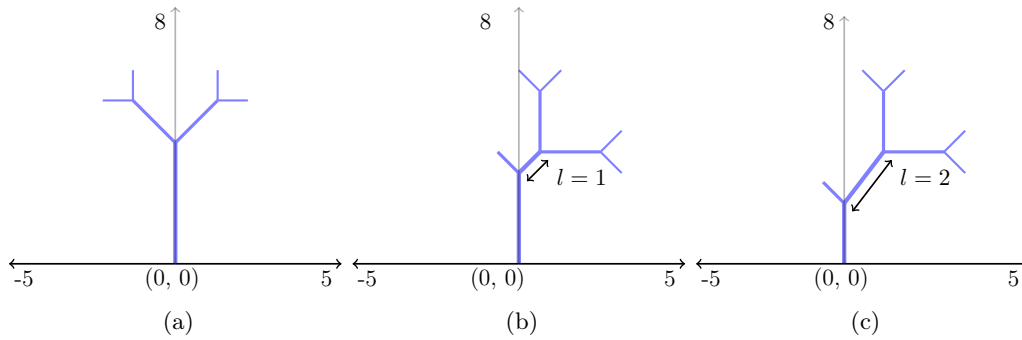


FIGURE 2.4 – Variation de la longueur d'un segment

(a) Arbre initial. (b) Ajout d'un noeud n d'ordre Ω sur la branche principale de l'arbre, la distance (racine, n) est de $2^3/2 - (l = 1) = 3$. (c) Ajout d'un noeud n d'ordre Ω sur la branche principale, la distance (racine, n) est de $2^3/2 - (l = 2) = 2$.

La construction de chaque branche (Figure 2.5) se traduit par une construction trigonométrique connaissant l , la longueur de la branche et $\epsilon \frac{\theta}{2}$ la rotation de la branche par rapport à la branche parente (avec $\epsilon = 1$ ou $\epsilon = -1$).

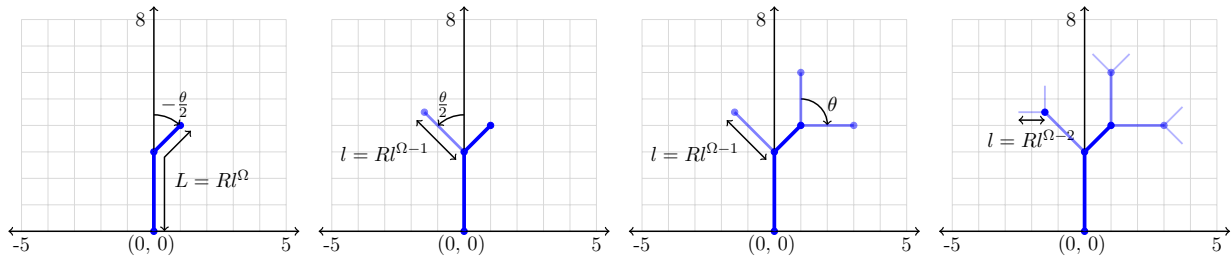


FIGURE 2.5 – Construction d'un réseau
($\theta = 90$, $\Omega = 3$, $Rc = 3$ et $Rl = 2$)

La figure 2.6 montre le résultat d'un arbre généré selon la construction présentée précédemment (Figure 2.5).

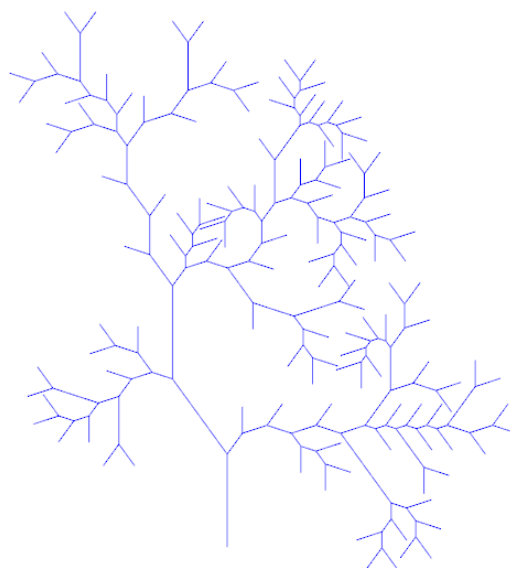


FIGURE 2.6 – Exemple d'un réseau généré par l'algorithme
 $\{\Omega = 5, Rl = 1.9, Rc = 3.5, \theta = 72\}$

La génération de l'arbre étant stochastique, et afin de faciliter la génération d'arbres consistants, la variation de l'angle de bifurcation θ a été implémentée. Cela permet de faire varier, seulement lors de la génération du dit arbre (et non lors de sa correction), l'angle de bifurcation. Cependant, pour des raisons de temps et parce que les résultats n'ont pas montré de différences significatives avec ou sans cette variation, nous avons décidé de ne pas l'utiliser dans nos tests. Ainsi, dans la suite de ce rapport, l'angle de bifurcation θ est fixé pour l'ensemble de l'arbre.

Pour éviter des cas particuliers aberrants, par exemple un arbre avec ses feuilles situées en dessous de sa racine, la notion d'obstacle a été ajoutée, afin de contraindre l'espace dans lequel l'arbre peut évoluer. Dans le cas qui vient d'être évoqué, il suffit de placer un obstacle, une droite, perpendiculaire à la branche racine de l'arbre. Les obstacles sont gérés comme des branches que l'arbre ne doit pas chevaucher. Cette modélisation supplémentaire permet de réaliser des simulations sur la base de contraintes liées au relief.

2.2 Correction des réseaux

2.2.1 Commutation d'un noeud

Dans les algorithmes de correction suivants, un mouvement est modélisé par la sélection d'un noeud et la commutation géométrique (rotation d'angle $-\theta/2$) de ses deux fils.

3 types de mouvement sont possibles à chaque itérations :

- Commutation d'aucun des fils (Figure 2.7a)
- Commutation d'un des deux fils (Figure 2.7b)
- Commutation des deux fils (Figure 2.7c)

Ces trois mouvements sont choisis aléatoirement selon une distribution uniforme (probabilité de $1/3$).

2.2.2 Détection des intersections

Les intersections sont détectées exhaustivement. Pour chaque branche, on teste son intersection avec toutes les autres branches de l'arbre. Soit N_{tot} le nombre total de noeuds de l'arbre, alors pour chaque branche, on va réaliser $N_{tot}-1$ comparaisons. Ainsi pour tout l'arbre, le nombre de comparaisons est :

$$C = N_{tot} * N_{tot-1}$$

A chaque modification de la solution, seul le sous-arbre du noeud choisi est à nouveau vérifié.

2.2.3 Recherche Locale

La méthode de recherche locale va tirer un noeud aléatoirement, même si celui-ci n'est pas en conflit, et va commuter ses deux fils seulement si cela ne modifie pas la solution ou alors génère moins de conflits. Le fait d'agir sur des noeuds ne générant pas de conflits peut permettre de débloquer la

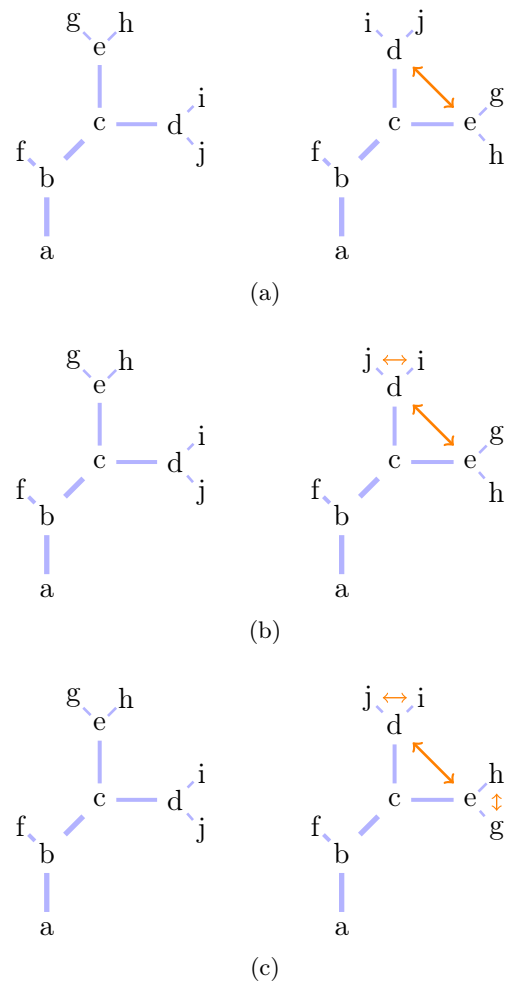


FIGURE 2.7 – Commutation d'un noeud.

En (a), commutation d'aucun des fils.

En (b), commutation d'un des deux fils.

En (c), commutation des deux fils.

configuration. En effet, la fonction d'évaluation utilisée calcule le nombre de conflits dans la solution actuelle. Dans notre cas, on n'autorise pas la dégradation de la solution. Ainsi, pour que la configuration soit acceptée, il faut que le nombre d'intersections après le mouvement soit inférieur ou égal au nombre d'intersections le précédant. Le fait d'accepter une configuration non améliorante permet de se déplacer dans l'espace de recherche en parcourant les solutions voisines d'un même plateau de recherche.

Chaque itération est modélisée par un vecteur binaire où chaque valeur correspond à la commutation ou non d'un noeud à partir de la solution initiale.

Une première configuration aléatoire est générée. À chaque itération, le nombre d'intersections est calculé. Tant que le nombre d'intersections n'est pas égale à 0, on continue les itérations pendant N mouvements (avec N le nombre de noeuds de l'arbre). À chaque mouvement, on obtient un nouveau vecteur de valeurs binaires. Ce vecteur binaire est « superposé » à la configuration précédente et chaque valeurs ayant été modifiée correspond à une commutation à réaliser. Après N mouvements, si le nombre de conflits est toujours non nul, on va perturber l'espace de recherche en sélectionnant aléatoirement $1/10 * N$ noeuds à commuter. Une nouvelle configuration est obtenue. L'opération est répétée jusqu'à atteindre le nombre de perturbations maximum. À la fin de l'exécution de la recherche locale, on obtient un vecteur binaire qui, superposé à la solution initiale, permet d'observer la distance minimale parcourue dans l'espace de recherche (Algorithme 2).

```

1  Données :  $S$  la solution de départ,  $restarts$  le nombre de restarts
2  début
3  pour tous les  $S_i$  de la solution initiale  $S$  faire
4  |    $S_i = rand(0, 1)$ ;
5  fin
6  tant que  $inter > 0$  et  $(cpt * cptGlobal) < restarts * N$  faire
7  |   tant que  $inter > 0$  et  $cpt < N$  faire
8  |   |    $S_{prev} = S$ ;
9  |   |    $S = commute(n \in S, S)$ ;
10 |   |   si  $inter_S > inter_{S_{prev}}$  alors
11 |   |   |    $S = S_{prev}$ ;
12 |   |   fin
13 |   |    $cpt += 1$ ;
14 |   fin
15 |   si  $inter > 0$  alors
16 |   |    $cptTmp = 0$ ;
17 |   |   tant que  $cptTmp < |S|/10$  faire
18 |   |   |    $i = rand(0, N-1)$ ;
19 |   |   |    $S_i = rand(0, 1)$ ;
20 |   |   |    $cptTmp += 1$ ;
21 |   |   fin
22 |   |    $cptGlobal += 1$ ;
23 |   fin
24 fin
25 fin

```

Algorithme 2 : Recherche locale

2.2.4 Backtracking et Liste Tabou

Nous pouvons proposer une amélioration de l'algorithme 2 en stockant les solutions parcourues et en remettant le précédent choix en cause lorsque la solution choisie n'a pas permis d'atteindre l'optimum global dans le nombre d'itérations imparti. Cela consisterait à revenir en arrière, à l'aide

d'un algorithme de type backtracking (Knuth, 1968), sur la dernière meilleure solution et à interdire les mêmes choix que pour les itérations précédentes. Pour cela on utiliserait une liste tabou, basée sur la métaheuristique recherche tabou (Glover, 1986), qui serait mise à jour tout au long de l'algorithme. Le stockage des solutions représenterait k vecteurs de taille N , avec N le nombre de noeuds de l'arbre. Afin d'éviter une surcharge de la mémoire nous pouvons ne conserver que les 10 dernières solutions et ré-initialiser la liste tabou tous les $N/10$ coups (Algorithme 3).

```

1  Données :  $S$  la solution de départ,  $restarts$  le nombre de restart
2  début
3   $v_S = \{\}$ ;
4   $v_{tabou} = \{\}$ ;
5  pour tous les  $S_i$  de la solution initiale  $S$  faire
6  |  $S_i = rand(0, 1)$ ;
7  fin
8  tant que  $inter > 0$  et  $(cpt * cptGlobal) < restarts * N$  faire
9  | tant que  $inter > 0$  et  $cpt < N$  faire
10 | |  $S_{prev} = S$ ;
11 | |  $S = commute(n \in S, S)$ ;
12 | | si  $inter_S > inter_{S_{prev}}$  alors
13 | | |  $S = S_{prev}$ ;
14 | | fin
15 | | sinon si  $S \notin v_{tabou}$  alors
16 | | |  $v_S += S$ ;
17 | | fin
18 | |  $cpt += 1$ ;
19 | fin
20 | si  $inter > 0$  alors
21 | |  $S = v_S[|v_S| - cptGlobal - 1]$ ;
22 | | pour  $i = |v_S| - cptGlobal - 1$  à  $|v_S|$  faire
23 | | |  $v_{tabou} += \{v_S[i]\}$ ;
24 | | fin
25 | |  $cptGlobal += 1$ ;
26 | fin
27 fin
28 fin

```

Algorithme 3 : Recherche locale avec Backtracking et Liste Tabou

Chapitre 3

Résultats

Les résultats extraits caractérisent l'algorithme de correction, les indices géométriques de l'arbre et les indices morphométriques des réseaux. Le but est de déterminer les jeux de paramètres générant des instances estimées comme étant « difficiles » et de vérifier que les réseaux générés aléatoirement soient vraisemblables aux réseaux naturels, afin de confirmer l'influence des différents paramètres choisis pour contrôler la génération. L'algorithme de correction des branches utilisé est la version de recherche locale simple (Algorithme 2); en effet, les résultats de la version améliorée (Backtracking et recherche tabou), n'ont pas montré d'amélioration significative sur les instances considérées comme difficiles.

Les statistiques de l'algorithme de correction permettent de mettre en valeur les cas où la correction est plus ou moins efficace en fonction du jeu de paramètres donné en entrée; Les indicateurs géométriques permettent de caractériser les réseaux avant leur correction, tandis que les indices morphométriques permettent de caractériser les réseaux après correction et donc de déterminer leur vraisemblance pour un ensemble de jeux de paramètres et leur consistance en les comparant avec des indices de réseaux naturels.

Les résultats des tableaux suivants ont été calculés avec 3 valeurs de Ω , 3 valeurs de Rc , 2 valeurs de Rl et 3 valeurs de θ , donnant un total de 54 configurations. Pour chaque configuration, correspondant à un jeu de paramètres $P = \{\Omega, Rc, Rl, \theta\}$, 10 topologies différentes comportant chacune 100 représentations géométriques ont été générées. Ainsi, pour chaque jeu de paramètres P , il a été réalisé 1000 exécutions de l'algorithme de correction. Les valeurs contenues dans les tableaux sont des moyennes sur le nombre total d'itérations pour chaque configuration. Voici ci-dessous l'explication des colonnes des tableaux suivants :

iter : Nombre moyen d'itérations réalisées

% : Taux moyen de réussite de l'algorithme de correction

τ_{moy} : Temps moyen d'exécution par résolution d'arbre

I_{moy} : Nombre moyen d'intersections restantes pour les cas où le taux de réussite (%) est inférieur à 100

B : Nombre de branches du réseau

N : Nombre de noeuds (nombre de confluences du réseau)

S : Surface moyenne de la boîte englobant le réseau

α : Angle moyen formé par les deux feuilles les plus externes de l'arbre (d'un côté, puis de l'autre) et la racine (Pour un K_G élevé, une amplitude α élevée désigne un réseau allongé horizontal, au contraire, une amplitude faible caractérise un réseau allongé vertical.)

K_G : Indice moyen de Gravelius

R_f : Moyenne du facteur de forme

R_{ci} : Rayon de circularité moyen

F : Fréquence hydrographique moyenne

Pour des réseaux d'ordre 3, le taux de réussite est constant et de 100%, représenté en vert dans le tableau 3.1, ce qui indique que les jeux de paramètres avec $\Omega = 3$ génèrent des instances simples. De plus, les temps de calcul sont très faibles, ce qui indique, avec le nombre d'itérations réduit, que la majeure partie des réseaux générés sont déjà consistants.

Ω	Rc	Rl	θ	Correction				Topologie		Géométrie		Morphométrie			
				$iter$	%	τ_{moy}	I_{moy}	B	N	$S(10^4)$	α	K_G	R_f	R_{ci}	F
3	3	2	60	2.52	100	< ϵ	0	13	19	0.013	60.59	1.137	0.99	0.8	0.097
			70	7.92	100	< ϵ	0			0.013	89.69	1.129	1.00	0.8	0.096
			80	4.32	100	< ϵ	0			0.013	72.58	1.130	1.00	0.8	0.102
		3	60	3.75	100	< ϵ	0			0.079	44.01	1.165	0.94	0.7	0.016
			70	0	100	< ϵ	0			0.095	52.31	1.162	0.95	0.7	0.014
			80	0	100	< ϵ	0			0.087	55.06	1.156	0.95	0.7	0.015
	3.5	2	60	3.92	100	< ϵ	0	16	25	0.013	79.69	1.131	1.00	0.8	0.118
			70	9.78	100	< ϵ	0			0.012	89.74	1.129	1.00	0.8	0.120
			80	9.36	100	< ϵ	0			0.014	90.58	1.136	1.00	0.8	0.106
		3	60	0.66	100	< ϵ	0			0.089	44.36	1.171	0.93	0.7	0.018
			70	1.16	100	< ϵ	0			0.085	64.04	1.142	0.98	0.8	0.018
			80	1.84	100	< ϵ	0			0.086	75.35	1.134	0.99	0.8	0.018
	4	2	60	29.42	100	< ϵ	0	21	35	0.015	71.88	1.132	1.00	0.8	0.126
			70	60.1	100	< ϵ	0			0.016	74.78	1.132	1.00	0.8	0.127
			80	42.3	100	< ϵ	0			0.016	83.80	1.134	1.00	0.8	0.118
		3	60	20.42	100	< ϵ	0			0.101	46.59	1.162	0.94	0.7	0.020
			70	4.8	100	< ϵ	0			0.122	55.72	1.159	0.97	0.8	0.018
			80	9	100	< ϵ	0			0.964	62.55	1.145	0.98	0.8	0.022

TABLE 3.1 – Données pour $\Omega = 3$

Pour les réseaux d'ordre 4, on commence à observer les limites de l'algorithme de correction et l'influence négative de certains paramètres. Le taux de réussite est généralement supérieur à 50% mais également avec quelques taux d'échecs supérieurs à 80% et 90%, relevés en rouge (Tableau 3.2). Les échecs sont présents essentiellement pour une valeur de $Rc = 4$. En revanche, le Rl , passant de 2 à 3, permet de faire chuter ce taux d'échecs à moins de 50% en moyenne.

Ω	Rc	Rl	θ	Correction				Topologie		Géométrie		Morphométrie			
				$iter$	%	τ_{moy}	I_{moy}	B	N	$S(10^4)$	α	K_G	R_f	R_{ci}	F
4	3	2	60	95	100	< ϵ	0	40	65	0.067	71.07	1.130	1.00	0.8	0.053
			70	75.5	100	0.01	0			0.063	80.98	1.130	1.00	0.8	0.054
			80	47.7	100	0.03	0			0.068	98.42	1.130	1.00	0.8	0.055
		3	60	50.2	100	0.03	0			0.764	50.35	1.161	0.95	0.7	0.005
			70	59.6	100	0.01	0			0.873	57.50	1.150	0.97	0.8	0.004
			80	98.16	100	0.01	0			1.030	57.10	1.147	0.98	0.8	0.004
	3.5	2	60	305	64	0.08	1.44	55	95	0.081	72.98	1.124	1.00	0.8	0.068
			70	296	74	0.06	0.86			0.063	95.28	1.131	1.00	0.8	0.078
			80	388	22	0.10	1.28			0.065	80.88	1.122	1.00	0.8	0.081
		3	60	139	100	0.06	0			0.932	46.31	1.187	0.96	0.8	0.006
			70	83.7	100	0.05	0			1.100	48.55	1.171	0.96	0.8	0.005
			80	216	98	0.12	0.02			0.959	54.12	1.164	0.97	0.8	0.005
	4	2	60	542	4	0.31	6.38	85	155	0.085	77.35	1.122	1.00	0.8	0.096
			70	529	6	0.37	5.46			0.070	101.4	1.127	1.00	0.8	0.120
			80	526	2	0.33	10.9			0.066	94.74	1.119	1.00	0.8	0.121
		3	60	526	58	0.24	0.46			0.975	54.49	1.138	0.97	0.8	0.008
			70	479	30	0.25	1.06			1.030	59.63	1.113	0.97	0.8	0.008
			80	441	62	0.31	0.42			0.980	57.53	1.144	0.98	0.8	0.007

TABLE 3.2 – Données pour $\Omega = 4$

Pour les réseaux d'ordres 5, les résultats indiquent un taux d'échecs important de l'algorithme de correction. Les instances les plus difficiles sont celles avec un $Rc > 3$, où le nombre d'itérations > 1200 (le nombre d'itérations est basé sur le nombre de noeud). Ici, pour $\Omega = 5$ et $Rc = 4$, le taux d'échecs est de 100% quelque soient les valeurs de Rl et θ (Tableau 3.4). Cependant le nombre moyen d'intersections restantes, pour un taux d'échec de 0%, diminue fortement entre $Rl = 2$ et $Rl = 3$, en moyenne de 50%. Nous pouvons émettre l'hypothèse que l'on approcherait de 0 intersections si le Rl continuait d'augmenter.

Ω	Rc	Rl	θ	Correction				Topologie		Géométrie		Morphométrie						
				$iter$	%	τ_{moy}	I_{moy}	B	N	$S(10^4)$	α	K_G	R_f	R_{ci}	F			
5	3	2	60	591	6	0.55	2.82	121	211	0.31	70.67	1.102	1.00	0.8	0.034			
			70	669	2	0.39	5.66			0.28	97.31	1.124	0.99	0.8	0.039			
			80	767	4	0.48	4.26			0.30	88.80	1.123	1.00	0.8	0.037			
		3	60	606	60	0.53	0.46			7.99	43.96	1.137	0.96	0.7	0.001			
			70	474	12	0.57	2.12			7.32	55.34	1.139	0.97	0.8	0.002			
			80	609	82	0.51	0.18			9.15	56.30	1.138	0.98	0.8	0.001			
		3.5	2	60	1351	0	2.18			16.82	202	373	0.32	77.50	1.136	1.00	0.8	0.064
				70	1369	4	2.19			13.88			0.31	83.91	1.117	1.00	0.8	0.058
				80	1396	2	2.09			22.9			0.32	102.8	1.125	1.00	0.8	0.058
			3	60	1540	0	1.90			7.62			7.51	38.95	1.176	0.94	0.7	0.002
				70	1235	2	2.35			7.26			7.57	168.1	1.268	0.96	0.8	0.003
				80	1208	0	2.39			11.68			6.66	63.37	1.142	0.97	0.8	0.003
	4		2	60	2367	0	8.82	85.16	341	651			0.36	80.20	1.136	1.00	0.8	0.081
				70	2553	0	8.15	69.8					0.29	87.55	1.130	1.00	0.8	0.093
				80	2632	0	8.40	104.5					0.29	81.12	1.131	1.00	0.8	0.092
			3	60	2350	0	7.38	18.48					9.88	48.81	1.163	0.97	0.8	0.003
				70	2785	0	7.72	21.72					8.70	49.35	1.150	0.97	0.8	0.003
				80	2391	0	7.62	24.8					8.97	56.21	1.159	0.98	0.8	0.003

TABLE 3.3 – Données pour $\Omega = 5$

Les paramètres du réseau hydrographique rendent certaines instances plus difficiles que d'autres. C'est ce que nous observons sur les figures 3.1, 3.2 et 3.3. Nous avons évalué l'influence de θ , Rc et Rl en fonction de l'ordre du réseau hydrographique Ω sur le nombre d'intersections restantes et le taux de réussite de l'algorithme de correction de réseaux. Chaque évaluation fait varier un paramètre en fixant les deux autres. Les paramètres fixés l'ont été sur leur valeur moyenne, $\theta = 70$, $Rc = 3,5$ et $Rl = 2$.

La variation de l'angle influence légèrement le taux de réussite (Figure 3.1). D'après les analyses, la valeur de θ qui limiterait les chevauchements des branches est $\theta = 70$. En effet, avec cette valeur on obtient le moins d'échecs et le plus petit nombre d'intersections restantes.

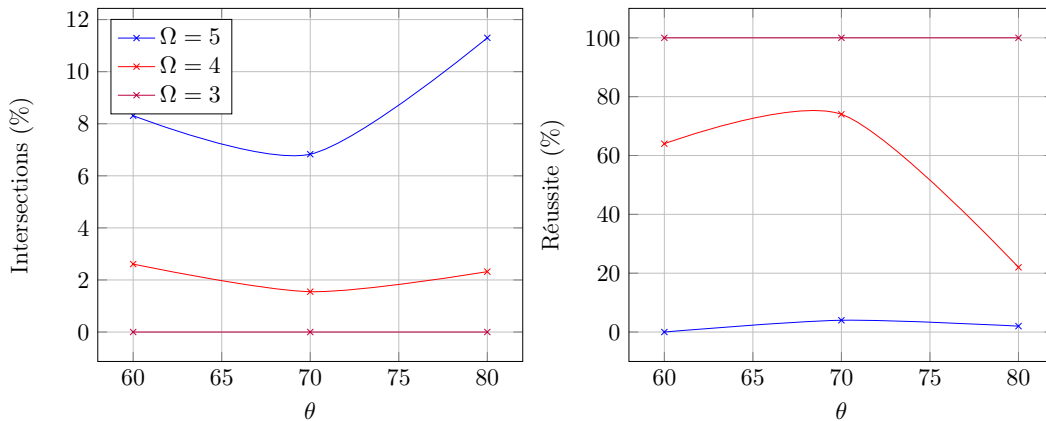


FIGURE 3.1 – Influence de θ sur la correction des branches

Les valeurs de θ testées sont 60, 70 et 80 degrés. Rc et Rl sont fixées respectivement à 3.5 et 2

La variation de Rc influence nettement le taux de réussite (Figure 3.2). Plus la valeur de Rc augmente et plus la résolution du croisement des branches est difficile. Cette relation est due au nombre de noeuds qui augmente avec la valeur de Rc , agrandissant ainsi l'espace de recherche de l'algorithme donc le taux d'échecs. Pour un ordre $\Omega > 3$ et un $Rc = 4$, le taux de réussite est quasi nul.

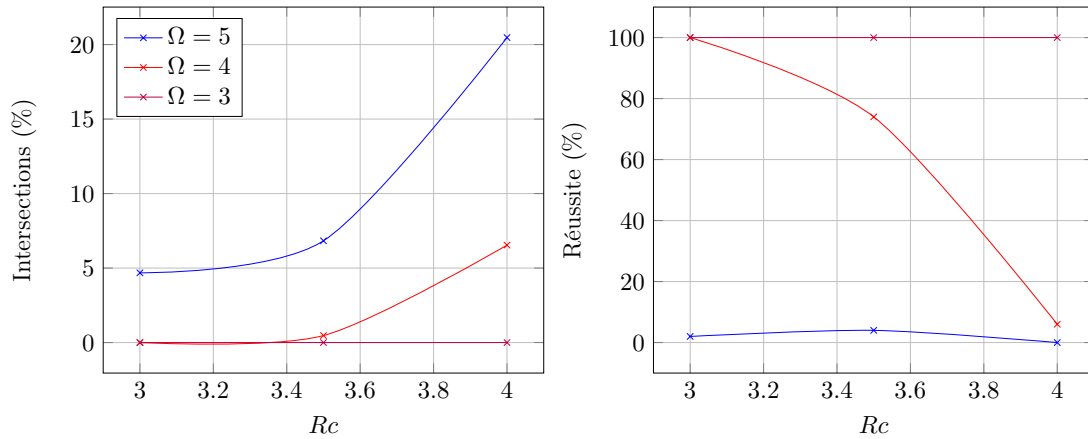


FIGURE 3.2 – Influence de Rc sur la correction des branches
Les valeurs de Rc testées sont 3, 3.5 et 4. Rl et θ sont fixées respectivement à 2 et 70

L'augmentation de Rl influence également le taux de réussite de l'algorithme de correction des branches (Figure 3.3). En effet, même pour les instances remarquées difficiles, le nombre d'intersections restantes pour un même taux d'échec, diminue fortement lorsque le Rl augmente.

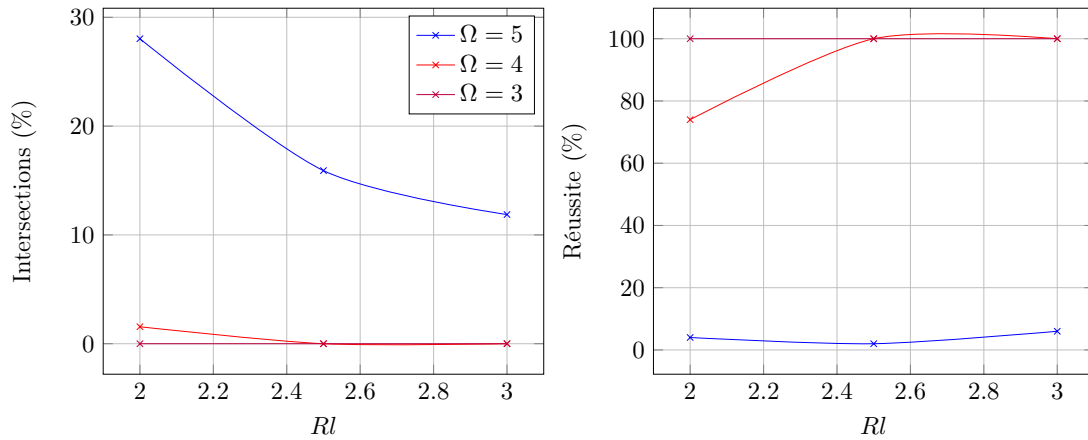


FIGURE 3.3 – Influence de Rl sur la correction des branches
Les valeurs de Rl testées sont 2, 2.5 et 3. Rc et θ sont fixées respectivement à 3.5 et 70

Dans la nature, le Rl ne dépasse pas une valeur de 3, en revanche, il n'est pas rare que le Rc descende en dessous de 3 et atteigne une valeur moyenne de $Rc = 2,5$. Le tableau 3.4 reprend les données du cas difficile avec $\Omega = 4$ et $Rc = 4$. Une valeur de Rl plus grande permet d'augmenter le taux de réussite de ce cas tout en conservant la valeur $Rc = 4$, mais si l'on veut se rapprocher de cas naturels, il faut montrer que l'on peut également augmenter le taux de réussite grâce à la diminution du Rc , ce qui est vérifié dans la figure 3.4.

Ω	Rc	Rl	θ	Correction			Topologie		Géométrie		Morphométrie				
				iter	%	τ_{moy}	I_{moy}	B	N	$S(10^4)$	α	K_G	R_f	R_{ci}	F
5	2.5	3	70	26.76	100	1.90	0	341	651	49.5	35.5	1.185	233.4	16630	0.006

TABLE 3.4 – Exemple d'amélioration avec un $Rc = 2.5$

L'indice de Gravelius K_G , qui permet de déterminer la forme d'un réseaux hydrographique (plus ou moins allongé), suit l'évolution du rapport de longueur, contrairement au facteur de forme R_f , au rayon de circularité R_{ci} et à la densité hydrographique F qui diminuent lorsque Rl augmente. L'indice de Gravelius K_G augmente plus rapidement pour un ordre 5 que pour un ordre 3 ou 4, ce qui implique que l'ordre fait varier les quatre indices morphométriques. La variation de R_f et de R_{ci} est négligeable car les variations sont de ± 0.04 (Figure 3.4).

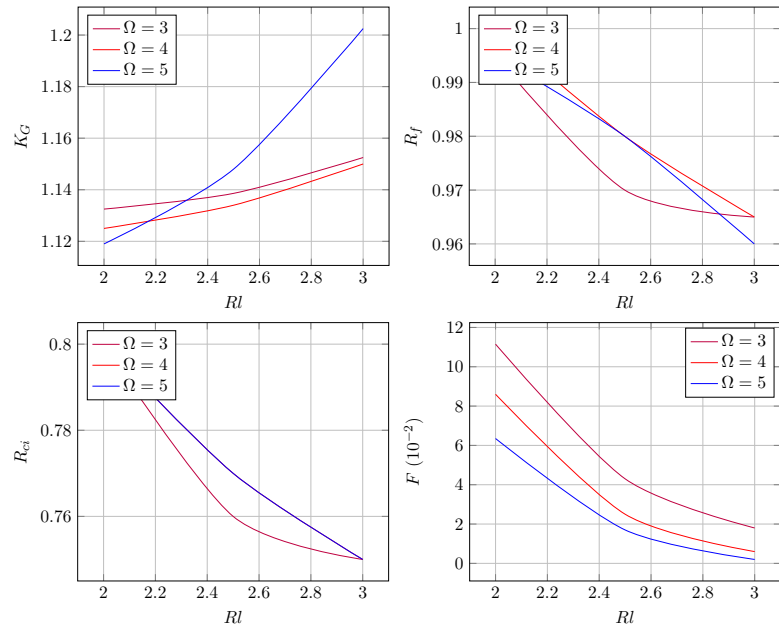


FIGURE 3.4 – Valeurs de R_f , K_G , R_{ci} et F quand Rl varie. Valeurs représentant les 54000 réseaux générés.

Lorsque Rc varie, on remarque une variation notable de l'indice de Gravelius K_G , du facteur de forme R_f , du rayon de circularité R_{ci} et de la densité hydrographique F qui augmente lorsque la valeur de Rc augmente (Figure 3.5). Cependant, les valeurs de K_G , R_f et R_{ci} augmentent ou diminuent fortement entre les trois valeurs de Rc choisies comme référence sur la figure 3.5 mais si l'on se réfère aux valeurs des tableaux 3.1, 3.2 et 3.3, on peut noter la présence de valeurs extrêmes créant un biais sur les moyennes. De même, on obtient des valeurs similaires pour des valeurs de Rc différentes pour un même ordre. La densité hydrographique F augmente en fonction du rapport de confluence Rc , cela peut s'expliquer par l'augmentation du nombre de branches et donc par un rapprochement important de celles-ci. En effet, une densité hydrographique élevée caractérise un réseau hydrographique où les cours d'eau sont proches les uns des autres.

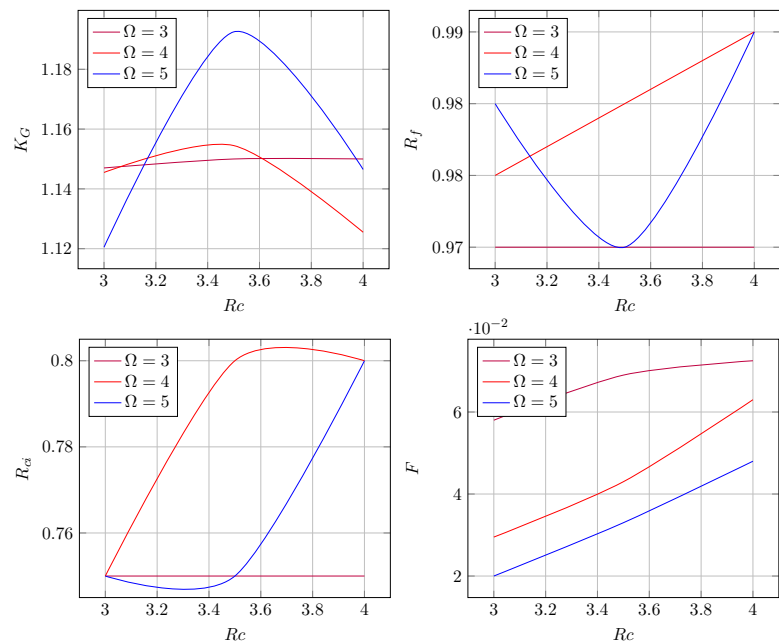


FIGURE 3.5 – Valeurs de R_f , K_G , R_{ci} et F quand Rc varie. Valeurs représentant les 54000 réseaux générés.

Les figures 3.6 et 3.7 de la page suivante représentent des réseaux hydrographiques d'ordre 5 et 6 avant et après l'exécution de l'algorithme de correction des branches.

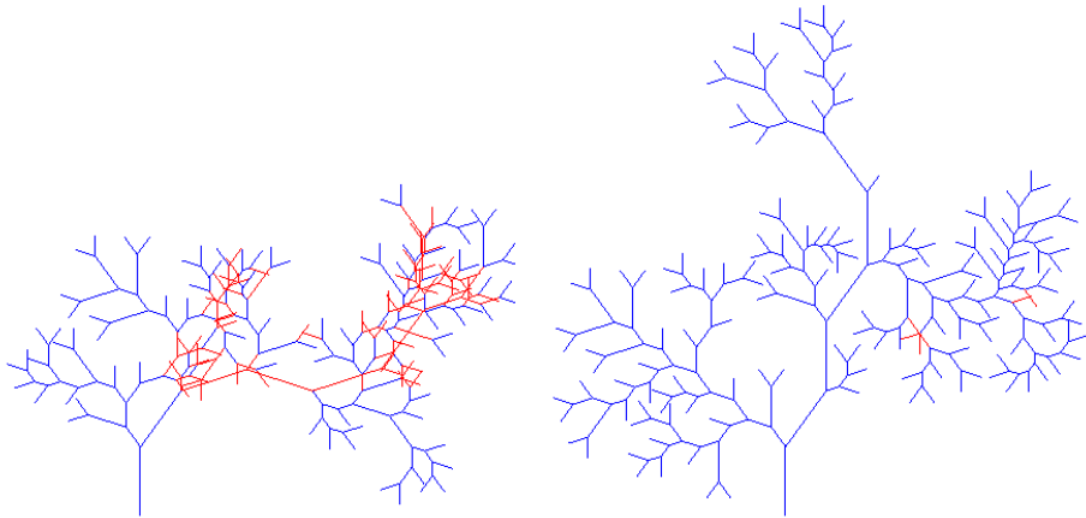


FIGURE 3.6 – Exemple d'un réseau hydrographique non consistant après correction
 $P = \{\Omega = 5, Rc = 3.5, Rl = 1.9, \theta = 72\}$

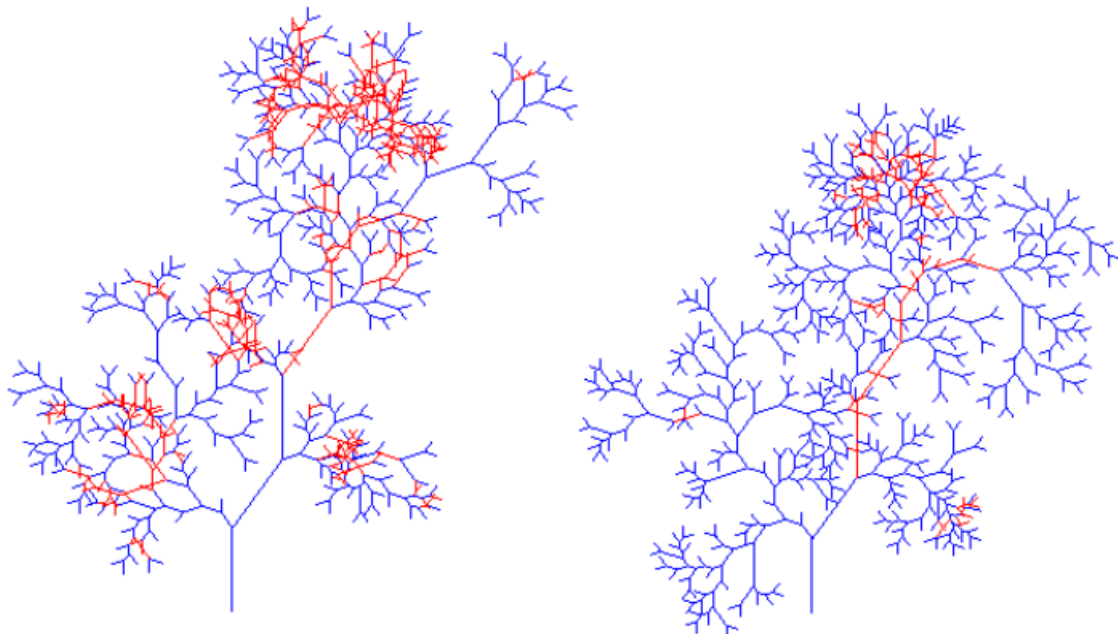


FIGURE 3.7 – Exemple d'un réseau hydrographique non consistant après correction
 $P = \{\Omega = 6, Rc = 3.5, Rl = 1.9, \theta = 72\}$

Chapitre 4

Discussion & Perspectives

La génération de réseaux hydrographiques artificiels est un problème lié au domaine de l'écologie auquel aucune solution n'est correctement proposée à ce jour. La modélisation de réseaux hydrographiques a déjà intéressé beaucoup d'hydrologues et plusieurs pistes ont été explorées comme la génération de réseaux hydrographiques basés sur les fractales (Rodriguez et Rinaldo, 1997), ou des modèles plus simples. Dans le premier cas les réseaux générés sont spécifiques à un type de réseaux réels tandis que dans l'autre cas les modèles sont trop restrictifs et donc non représentatifs de la plupart des réseaux naturels.

L'algorithme de génération et de correction des réseaux hydrographiques proposé ici permet de générer des réseaux en faisant varier leur taille (Ω), leur densité (Rc) et leur forme (Rl, θ). La variation des paramètres dans la génération des réseaux hydrographiques détermine leur difficulté à être « corrigé » avec l'algorithme de correction. L'ordre du réseau et le rapport de confluence augmente la taille et le nombre de branches du réseau. Ainsi, les deux paramètres qui influencent directement l'efficacité de la correction sont, l'ordre du réseau Ω et le rapport de confluence Rc qui, ensemble, déterminent la taille et la densité du réseau. Au contraire, le rapport de longueur Rl va allonger le réseau en augmentant la distance séparant les branches et ainsi faire diminuer le nombre d'intersections.

L'angle de bifurcation θ le plus commun entre deux cours d'eau sur un réseau hydrographique naturel est de 72 degrés (Devauchelle *et al.*, 2012). D'après les résultats (Figure 3.1), la valeur d'angle θ donnant le moins d'intersections est $\theta = 70$ degrés. L'étude de l'influence de l'angle de bifurcation θ sur le nombre d'intersections du réseau permet ainsi de confirmer la cohérence du modèle.

Les indices morphométriques utilisés pour la caractérisation des réseaux hydrographiques corrigés permet de comparer les réseaux générés aléatoirement aux réseaux réels. L'indice de compacité permet de déterminer si le réseau est plutôt compact ou allongé. Ici, les réseaux générés sont plus compacts quand le rapport de longueur et l'ordre sont faibles (Figure 3.4). Le rapport de longueur détermine la longueur des cours d'eau (branches) et l'ordre la taille du réseau (Équation 2.1). Le facteur de forme et le rayon de circularité permettent de déterminer la forme circulaire du bassin versant dans lequel est situé le réseau hydrographique. Les deux indicateurs morphométriques sont cohérents pour chaque famille de réseaux (Figure 3.4). En effet, plus le facteur de forme, tout comme le rayon de circularité, est proche de 1, plus le bassin versant a une forme circulaire. La correspondance de ses deux valeurs entre-elles (Tableaux 3.2, 3.4, et 3.3), permet de consolider la fiabilité du modèle.

Dans la nature et d'après une étude (Horton, 1945; Leopold, 1971), les moyennes des Rc et Rl pour les réseaux hydrographiques réels sont respectivement de 3,5 et de 2,3. À valeurs équivalentes, l'algorithme présenté ici ne peut pas générer de réseaux hydrographiques consistants dont l'ordre est supérieur à 5. Très peu d'informations sont disponibles sur les combinaisons de paramètres existants dans la nature. Actuellement, des combinaisons comme $\Omega = 12$, $Rc = 4$ et $Rl = 3$ peuvent exister dans la nature. Cependant, il est fort probable qu'il n'existe pas toutes les combinaisons possibles de réseaux du fait de la complexité des paysages et reliefs (géomorphologie).

En se basant sur des exemples de réseaux naturels, on remarque que $\Omega \geq 5$ et que $Rc \geq 4$ (Tableau 4.1). Il est donc nécessaire d'améliorer l'algorithme de correction qui est limité par des valeurs de Ω et de Rc plus faibles que les exemples de la littérature.

	Ω	Rc	Rl
Slanic	6	5.05	2.50
Coca	5	3.83	2.87
Jgheabu	5	4.12	3.50
Chézine	6	4.28	2.21

Le placement aléatoire des noeuds et la variation aléatoire de la longueur des segments va également influencer l'efficacité de l'algorithme de correction. En effet, le réseau est généré en plaçant aléatoirement les noeuds de chaque ordre sur les branches existantes. Cela peut générer des réseaux complexes notamment à cause de leur densité non homogène. Le fait que cette densité soit spécifique

TABLE 4.1 – Valeurs des paramètres de Horton sur des réseaux naturels (Greco *et al.*, 2007; Pallaccio, 2008)

seulement à certaines parties du réseau et non pas à son ensemble, peut générer des réseaux difficiles à résoudre avec notre algorithme dans le nombre d'itérations imparti.

Actuellement, il est possible d'obtenir des arbres consistants et dissociables en sous-ensembles, en fonction de leurs quatre paramètres, Ω , Rc , Rl , et θ . Le programme développé permettra de réaliser des simulations sur la colonisation des réseaux par des populations d'organismes d'eau douce. Une interface graphique ainsi qu'une note technique sur le programme seront réalisées d'ici la fin de l'été 2014.

Dans le cadre de travaux supplémentaires, le programme pourrait être amélioré en intégrant l'algorithme de correction au moment de la génération des réseaux hydrographiques. On obtiendrait ainsi, au terme de la génération, un réseau hydrographique consistant dans la mesure où une solution existe pour le jeu de paramètres donné. Cependant, un tel procédé demande de déterminer un comportement du fluide, ici l'eau, relatif aux obstacles qu'il rencontre. Il faudrait donc davantage s'appuyer sur la configuration du paysage des bassins versants pour réaliser un tel travail car les lois qui caractérisent les réseaux hydrographiques sont basées sur des cas de réseaux naturels, observables dans la nature, pour un type de paysage et de relief donné.

Table des figures

1.1	Extrait de la cartographie de la Loire (BD CARTHAGE, 2011)	2
1.2	Topologie de Strahler (Kirchner, 1993)	2
1.3	Variation de R_c et R_l	3
1.4	Valeurs de l'angle de bifurcation au sein d'un réseau hydrographique (Devauchelle <i>et al.</i> , 2012)	3
1.5	Typologies des indices morphométriques (Delahaye, 2005)	4
1.6	Influence de la géométrie d'un réseau hydrographique sur la dispersion des individus	5
2.1	Topologie & géométrie d'un réseau hydrographique modélisé	6
2.2	Calcul du nombre de nœuds de la topologie	7
2.3	Ajout d'un nœud d'ordre 1 sur une branche d'ordre 3	8
2.4	Variation de la longueur d'un segment	9
2.5	Construction d'un réseau	9
2.6	Exemple d'un réseau généré par l'algorithme	9
2.7	Commutation d'un nœud.	10
3.1	Influence de θ sur la correction des branches	15
3.2	Influence de R_c sur la correction des branches	16
3.3	Influence de R_l sur la correction des branches	16
3.4	Valeurs de R_f , K_G , R_{ci} et F quand R_l varie.	17
3.5	Valeurs de R_f , K_G , R_{ci} et F quand R_c varie.	17
3.6	Exemple d'un réseau hydrographique non consistant après correction	18
3.7	Exemple d'un réseau hydrographique non consistant après correction	18

Liste des tableaux

3.1	Données pour $\Omega = 3$	14
3.2	Données pour $\Omega = 4$	14
3.3	Données pour $\Omega = 5$	15
3.4	Exemple d'amélioration avec un $R_c = 2.5$	16
4.1	Valeurs des paramètres de Horton sur des réseaux naturels (Greco <i>et al.</i> , 2007; Palaccio, 2008)	20

Bibliographie

- CAMPBELL GRANT, E., LOWE, W. et FAGAN, W. (2007). Living in the branches : population dynamics and ecological processes in dendritic networks. *Ecology letters*, 10:165–175.
- DELAHAYE, D. (2005). Modélisation d'un système spatial complexe : le bassin versant. *Modélisations en géographie – Déterminismes et compléxités*, pages 235–259.
- DEVAUCHELLE, O., P. PETROOF, A., F. SEYBOLD, H. et H. ROTHMAN, D. (2012). Ramification of stream networks. *Pnas*, 109(51):20832–20836.
- FAGAN, W. (2002). Connectivity, fragmentation, and extinction risk in dendritic metapopulations. *Ecology*, 83:3243–3249.
- GANIO, L. M., TORGERSEN, C. E. et GRESSWELL, R. E. (2005). A geostatistical approach for describing pattern in stream networks. *Front. Ecol. Environ.*, 3:138–144.
- GLOVER, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, 13:533–549.
- GRAVELIUS, H. (1914). Grundrüb der gesamten gewässerkunde. *Flubkunde (Compendium of Hydrology, vol. 1 : Rivers)*.
- GRECU, F., ZAVOIANU, I., ZAHARIA, L. et COMANESCU, L. (2007). Analyse quantitative du réseau hydrographique du bassin versant du slanic (roumanie). *Physio-Géo - Géographie Physique et Environnement*, 1:79–93.
- HORTON, R. E. (1945). Erosional development of streams and their drainage basins, hydrographical approach to quantitative morphology. *Geological Society of America Bulletin*, 56:275–370.
- KIRCHNER, J. W. (1993). Statistical inevitability of horton's laws and the apparent randomness of stream channel networks. *GEOLOGY*, 21:591–594.
- KNUTH, D. E. (1968). *The Art of Computer Programming*. Addison-Wesley.
- LEOPOLD, L. B. (1971). Trees and streams : The efficiency of branching patterns. *Journal of Theoretical Biology*, 31:341–342.
- MILLER, M., BLINN, D. et KEIM, P. (2002). Correlation between observed dispersal capabilities and patterns of genetic differentiation in populations of four aquatic insect species from the arizona white mountains, usa. *Freshwater Biology*, 47:1660–1673.
- NEUENSCHWANGER, S. (2006). Aquasplatch : a program to simulate genetic diversitu in populations living in linear habitats. *Molecular Ecology Notes*, 6:583–585.
- PALACCIO, M. (2008). *Modélisation hydrologique distribuée des espaces périurbains basée sur l'analyse des données géographiques vectorielles. Application au bassin versant de la Chézine*. Thèse de doctorat, École Centrale de Nantes.
- RODRIGUEZ, I. et RINALDO, A. (1997). *Fractal River Bassins, Change and self-organization*. Cambridge University Press.

SINGH, V. P., CLAPS, P. et FIORENTINO, M. (1944). An entropy-based morphological analysis of river basin networks. *Water Resources Research*, 29(4):1215–1224.

STRAHLER, A. N. (1957). Quantative analysis of watershed geomorphology. *Transactions AUG*, 38:913–920.

Résumé

La structure hiérarchique des réseaux hydrographiques et le sens unilatéral du courant contraignent les déplacements des organismes d'eau douce. L'objectif du stage est de développer un programme de génération de réseaux hydrographiques permettant de tester les effets des descripteurs géométriques de ces réseaux sur la vitesse de colonisation des organismes d'eau douce. Un réseau hydrographique peut être modélisé par un arbre binaire. Le problème de la génération aléatoire de réseaux hydrographiques consiste à construire un arbre binaire respectant les descripteurs de la classification de Horton (i.e. ordre du réseau, rapports de longueur et de bifurcation, angle de bifurcation). Ce projet consiste principalement à concevoir un algorithme permettant de générer, à partir d'un ensemble de paramètres, un réseau hydrographique consistant, c'est-à-dire tel qu'aucune branche ne se superpose à d'autres. Les algorithmes de génération et de correction des réseaux hydrographiques présentés sont efficaces pour des réseaux dont l'ordre est inférieur à 5, le rapport de confluence inférieur à 4 et le rapport de longueur compris entre 2 et 3.